# ЗАДАЦИ — VII НЕДЕЉА

1. Доказати да је непрекидна функција $f:(a,b)\to\mathbb{R}$ равномерно непрекидна ако и само ако има лимесе у $a$ и $b$.

2. Написати дефиницију за $\lim\limits_{z\to z_0} f(z)$ где је $f:D(f)\to\mathbb{C}$, $D(f)\subseteq\mathbb{C}$.

3. Доказати да за $f: D(f)\to\mathbb{C}$ важи:
$$\lim_{x\to x_0} f(x) = z_0 \iff \lim_{x\to x_0}\operatorname{Re} f(x) = \operatorname{Re} z_0 \ \wedge\ \lim_{x\to x_0}\operatorname{Im} f(x) = \operatorname{Im} z_0.$$

4. Написати дефиницију $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$.

5. Нека је $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ растућа функција и нека су $x_0\neq x_1$ тачке прекида ф-је $f$. Означимо са
$$a_0 = \sup\{f(x) \mid x<x_0\} \qquad b_0 = \inf\{f(x) \mid x>x_0\}$$
$$a_1 = \sup\{f(x) \mid x<x_1\} \qquad b_1 = \inf\{f(x) \mid x>x_1\}.$$
Доказати да је $(a_0,b_0)\cap(a_1,b_1)=\emptyset$.

6. Доказати да је $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{\sin x^2}{\sqrt{x}}$ равномерно непрекидна.

7. Доказати помоћу дефиниције да је $\lim\limits_{x\to 1}(x^2+3)=4$.

8. Наћи тачке и врсте прекида ф-је $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+[x]$.